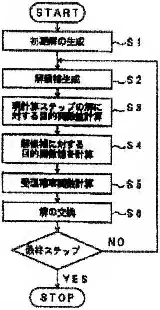
DEVICE AND METHOD FOR MULTIPURPOSE OPTIMIZATION AND STORAGE MEDIUM STORING MULTIPURPOSE OPTIMIZATION PROGRAM

Publication number: JP2000268018 (A)
Publication date: 2000-09-29
Inventor(s): YOSHIMURA KAZUYUKI; YAMADA TAKESHI; NAKANO RYOHEI
Applicant(s): NIPPON TELEGRAPH & TELEPHONE
Classification:
- international: *G06F15/18; G06N3/00;* G06F15/18; G06N3/00; (IPC1-7): G06F15/18
- European:
Application number: JP19990070361 19990316
Priority number(s): JP19990070361 19990316

Abstract of JP **2000268018 (A)**
PROBLEM TO BE SOLVED: To provide a multipurpose optimization method capable of finding a satisfactory subordinate optimal solution closer to a Pareto optimal solution in a short time while using the repetition of charges for the better with integrated acceptance probability function for applying the acceptance probability of '1' in the case of changing all purpose function values for the better or applying an acceptance probability <1 in the other case to appropriately balance the acceptance probabilities of changes for the better and for the worse. SOLUTION: Concerning this multipurpose optimization method, initial solutions are generated at random on the basis of limit conditions, the solution of a present calculation step is stochastically changed to generate the next solution, plural purpose function values are calculated in respect to the solution in the present calculation step, plural purpose function values are calculated in respect to generated solution candidates, the acceptance probability function is calculated for applying the acceptance probability = 1 in the case of changing all the purpose function values for the better or for applying the acceptance probability < 1 in the other case, the solution candidate and the solution in the present calculation step are stochastically exchanged according to the acceptance probability function and series of operation are repeated.



(19)日本国特許庁（ＪＰ）　(12) **公開特許公報（Ａ）**　(11)特許出願公開番号

特開2000－268018

（P2000－268018A）

(43)公開日　平成12年9月29日(2000.9.29)

(51)Int.Cl.⁷	識別記号	ＦＩ	テーマコード*(参考)
Ｇ０６Ｆ　15/18	５５０	Ｇ０６Ｆ　15/18	５５０Ｃ

審査請求　未請求　請求項の数3　ＯＬ　(全 12 頁)

(21)出願番号　特願平11－70361

(22)出願日　平成11年3月16日(1999.3.16)

(71)出願人　000004226
日本電信電話株式会社
東京都千代田区大手町二丁目3番1号

(72)発明者　吉村　和之
東京都新宿区西新宿三丁目19番2号　日本電信電話株式会社内

(72)発明者　山田　武士
東京都新宿区西新宿三丁目19番2号　日本電信電話株式会社内

(72)発明者　中野　良平
東京都新宿区西新宿三丁目19番2号　日本電信電話株式会社内

(74)代理人　100070150
弁理士　伊東　忠彦

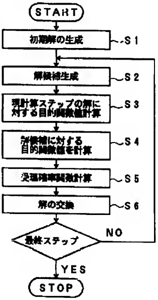
(54)【発明の名称】　多目的最適化方法及び装置及び多目的最適化プログラムを格納した記憶媒体

(57)【要約】

【課題】　改善と改悪の受理確率間の適切なバランスを実現するように、すべての目的関数値が改善される場合に、受理確率1、それ以外の場合には1未満の受理確率を与える受理確率関数を組み込んだ反復改善法により、短時間にパレート最適解により近い良質な準最適解を求めることができる多目的最適化方法及び装置及び多目的最適化プログラムを格納した記憶媒体を提供する。

【解決手段】　本発明は、制約条件に基づいてランダムに初期解を生成し、現計算ステップの解を確率的に変化させ、次の解候補を生成し、現計算ステップの解に対して複数の目的関数値を計算し、生成された解候補に対して複数の目的関数値を計算し、全ての目的関数値が改善される場合に、受理確率＝1、それ以外の場合には1未満の受理確率を与える受理確率関数を計算し、受理確率関数に従い、解候補と現計算ステップの解の交換を確率的に行い、一連の操作を反復する。

本発明の原理を説明するための図



【特許請求の範囲】

【請求項１】　多目的最適化問題の準最適解を求める多目的最適化方法において、

制約条件に基づいてランダムに初期解を生成し、

現計算ステップの解を確率的に変化させ、次の解候補を生成し、

前記現計算ステップの解に対して複数の目的関数値を計算し、

生成された解候補に対して複数の目的関数値を計算し、

全ての前記目的関数値が改善される場合に、受理確率＝１、それ以外の場合には１未満の受理確率を与える受理確率関数を計算し、

前記受理確率関数に従い、解候補と前記現計算ステップの解の交換を確率的に行い、一連の操作を反復することを特徴とする多目的最適化方法。

【請求項２】　多目的最適化問題の準最適解を求める多目的最適化装置であって、

制約条件に基づいてランダムに初期解を生成する初期解生成手段と、

現計算ステップの解を確率的に変化させ、次の解候補を生成する解候補生成手段と、

前記現計算ステップの解と、前記解候補に対して複数の目的関数値を計算する目的関数計算手段と、

全ての目的関数値が改善される場合に、受理確率＝１、それ以外の場合には１未満の受理確率を与える受理確率関数を受理確率計算手段と、

前記受理確率関数に従い、前記解候補と、前記現計算ステップの解の交換を確率的に行う解交換手段と、

一連の操作を反復する反復手段とを有することを特徴とする多目的最適化装置。

【請求項３】　多目的最適化問題の準最適解を求める多目的最適化プログラムを格納した記憶媒体であって、

制約条件に基づいてランダムに初期解を生成する初期解生成プロセスと、

現計算ステップの解を確率的に変化させ、次の解候補を生成する解候補生成プロセスと、

前記現計算ステップの解と、前記解候補に対して複数の目的関数値を計算する目的関数計算プロセスと、

全ての目的関数値が改善される場合に、受理確率＝１、それ以外の場合には１未満の受理確率を与える受理確率関数を受理確率計算プロセスと、

前記受理確率関数に従い、前記解候補と、前記現計算ステップの解の交換を確率的に行う解交換プロセスと、

一連の操作を反復する反復プロセスとを有することを特徴とする多目的最適化プログラムを格納した記憶媒体。

【発明の詳細な説明】

【０００１】

【発明の属する技術分野】本発明は、多目的最適化方法及び装置及び多目的最適化プログラムを格納した記憶媒体に係り、特に、多目的最適化問題において、パレート最適解により近い良質な準最適解を求める為の多目的最適化方法及び装置及び多目的最適化プログラムを格納した記憶媒体に関する。

【０００２】

【従来の技術】多目的最適化問題とは、Ｘを実行可能な解の集合、$P \in X$を実行可能な解としたとき、解Ｐに対応して値の定まるＮ個の互いに競合する目的関数$f_i(P)$、$(i=1, 2, \cdots, N)$それぞれを最小化する問題である。即ち、

$$\text{minimize} \quad f_1(P),\ f_2(P),\ \cdots,\ f_N(P)$$
$$\text{subject to} \quad P \in X$$

と定式化される問題である。

【０００３】多目的最適化問題においては、複数の目的関数を同時に最小化することは一般には不可能であるため、最良の解という概念は存在しない。代わりに、ある目的関数の値を改善するためには少なくとも他の一つの目的関数の値を改悪せざるを得ない解として、パレート最適解の概念が定義される。定義：$P^* \in X$に対して、$f_i(P) \leq f_i(P^*)$, $i=1, 2, \cdots, N$であり、しかも、あるｊについて$f_j(P) < f_j(P^*)$となるようなＰが存在しないとき、P^*をパレート最適解と呼ぶ。

【０００４】目的関数の数が$N=2$のときを例として、パレート最適解の集合をf_1-f_2平面に図示すると、図９の太線部分となる。ここで、

$$F(X) = \{(f_1(P),\ f_2(P)) \mid P \in X\}$$

は、f_1-f_2平面における実行可能領域である。多目的最適化に関する更なる記述は、例えば、文献「遺伝的アルゴリズム」坂和正敏・田中雅博（朝倉書店）に見ることができる。

【０００５】以下に、従来の多目的最適化方法について説明する。

１．反復改善法：一般の最適化問題（単目的、多目的とも含む）の近似解法として、以下に述べる反復改善法が知られている。

・反復改善法の手順：

① ステップ値$n=0$とする。初期値P_0を生成し、これを現ステップの解とする（$P_n=P_0$）。目的関数値$f_1(P_0)$, $f_2(P_0)$, $\cdots$, $f_N(P_0)$を計算する。

【０００６】② 現ステップの解P_nに変更を加えて、次ステップの解の候補

【０００７】

【数１】

$$\overline{P}_{n+1}$$

【０００８】を生成し、その目的関数値

【０００９】

【数２】

$$f_1(\overline{P}_{n+1}),\ f_2(\overline{P}_{n+1}),\ \cdots,\ f_N(\overline{P}_{n+1})$$

【0010】を計算する。

⑨ P_n と

【0011】

【数3】

$$\overline{P}_{n+1}$$

【0012】の目的関数値 $f_1(P_n)$, …, $f_N(P_n)$ 及び

【0013】

【数4】

$$f_1(\overline{P}_{n+1}),\ f_2(\overline{P}_{n+1}),\ \cdots,\ f_N(\overline{P}_{n+1})$$

【0014】を計算し、受理確率関数を用いて、解候補

【0015】

【数5】

$$\overline{P}_{n+1}$$

【0016】の受理確率を計算する。

④ 前述の⑨で計算された受理確率に従い、解候補

【0017】

【数6】

$$\overline{P}_{n+1}$$

【0018】を受理するか棄却するかを判定する。解候補を受理する場合は、

【0019】

【数7】

$$P_{n+1}=\overline{P}_{n+1}$$

【0020】とし、解の更新を行う。棄却の場合は、$P_{n+1}=P_n$ とし、解の更新は行わない。

⑨ 終了条件を満たしていれば、計算により求まった全ての解の集合 $\{P_n\}$ より、パレート最適解を選択し、それらを出力して計算終了し、そうでなければ、ステップ値を1増加し、（n→n+1）、上記の⑨に移行する。

【0021】上記反復改善法を実際に利用するには、⑨での受理確率関数を具体的に与えねばならない。具体的な受理確率関数として、以下に述べるメトロポリス法［N.Metropolis, A.W.rosenbluth, M.N.Rosenbuluth, A. H. Teller, and E. Teller,'Equation of state calculatins by fast computing machines', Journal of Chemical Physics, vol. 21, No.6, pp. 1087-1092 (1953)］と重み係数法を組み合わせて構成されるものが広く用いられている。

【0022】2．メトロポリス法：メトロポリス法は、本来、単目的最適化問題に対する手法であるため、ここでは、唯一の目的関数をEで記述する。また、現ステップの解をP、次ステップの解候補を

【0023】

【数8】

$$\overline{P}$$

【0024】で表す。解候補現ステップの解の関数値

【0025】

【数9】

$$E(\overline{P}),\ E(P)$$

【0026】の差を、

【0027】

【数10】

$$\Delta E=E(\overline{P})-E(P) \qquad (1)$$

【0028】で表す。メトロポリス法では、解候補

【0029】

【数11】

$$\overline{P}$$

【0030】に対する受理確率関数Prを次式で与える。

【0031】

【数12】

$$Pr=\begin{cases}1 & \text{if}\ \Delta E\leq 0\\ \exp[-\beta\Delta E] & \text{if}\ \Delta E>0\end{cases} \qquad (2)$$

【0032】但し、βは、適当に定められるべき定数である。即ち、メトロポリス法では、解候補により解が改善されるときは、常に受理し、一方、改悪されるときは、式（2）下段の確率でしか受理しないようにする。最適化問題を反復改善法により解く際に、解の改善（ΔE≦0）のみを許し、改悪（ΔE＞0）を許さない場合には、探索空間内で限定された狭い範囲での探索しか行えないため、得られる解の質が悪い。従って、広い範囲の探索を行うために（2）式では、改悪の場合にも受理する確率を与えている。一方で、改悪の受理確率が改善の受理確率に比して、相対的に大き過ぎると、ランダム探索に近い状況となり、探索空間で広い範囲の探索ができるが、質の悪い解が頻繁に受理されることの結果として、良質の準最適解を短時間に得ることは困難となる。

【0033】一般的に、反復改善法では、改善と改悪の受理確率間の適切なバランスをとることが、短時間に良質の準最適解を求めるためには、肝要である。メトロポリス法は、そのバランスの取り方の、一手法を与えている。

3．重み係数法：メトロポリス法は、単目的最適化手法であるため、多目的最適化問題に適用する際には、多目的最適化問題を単目的最適化問題の形に変換することが必要である。この目的のために、以下で述べる重み係数法がしばしば用いられる。

【0034】重み係数法では、複数の目的関数に対して、次式により関数Eを定義する。

【0035】

【数13】

$$E(P)=\sum_{i=1}^{N} w_i f_i(P) \qquad (3)$$

【0036】但し、$w_i \geq 0$（$i=1, 2, \cdots, N$）は、重み定数であり、$w_1 + w_2 + \cdots + w_N = 1$を満たすものとする。元の多目的最適化問題を、この関数Eを単一の目的関数として最小化する問題に変換する手法である。

【0037】

【発明が解決しようとする課題】しかしながら、上記従来の重み係数法により多目的最適化問題を単目的化し、さらに、メトロポリス法と組み合わせて受理確率関数を構成した場合、改善と改悪の確率バランスが悪い。従って、短時間にパレート最適解により近い良質な準最適解を求めることが困難である。

【0038】以下に、目的関数の数がN＝2の場合を例にとり、改善と改悪の確率バランスが悪いという点について説明する。あるステップの解Pと次ステップの解候補

【0039】

【数14】

$$\bar{P}$$

【0040】の目的関数値の差を、

【0041】

【数15】

$$\Delta f_1 = f_1(\bar{P}) - f_1(P),\ \Delta f_2 = f_2(\bar{P}) - f_2(P)$$

【0042】で表す。重み係数法を用いて、関数Eは次式で定義される。

$$E = w_1 f_1 + w_2 f_2 \qquad (4)$$

このとき、$\Delta E = w_1 \Delta f_1 + w_2 \Delta f_2$と表される。受理確率関数は、

【0043】

【数16】

$$Pr = \begin{cases} 1 & \text{if } \Delta E \leq 0 \\ \exp[-\beta(w_1 \Delta f_1 + w_2 \Delta f_2)] & \text{if } \Delta E > 0 \end{cases} \qquad (5)$$

【0044】となる。図10に、式（5）で表される受理確率関数を$f_1 - f_2$平面に図示する。現ステップの解Pを原点として、Δf_1軸とΔf_2軸を描いてある。式（5）で表される受理確率関数の等高線は、$w_1 \Delta f_1 + w_2 \Delta f_2 = \mathrm{const.}$で与えられるので、直線となる。図10の斜めの直線群は、それら等高線を模範式的に表している。ハッチングをしてある領域（$\Delta E = w_1 \Delta f_1 + w_2 \Delta f_2 \leq 0$）が確率1で受理される領域を表す。

【0045】二目的最適化問題では、解候補

【0046】

【数17】

$$\bar{P}$$

【0047】について、f_1，f_2のうち片方は減少し、他方は増加する場合

【0048】

【数18】

（例えば、　点$\bar{P}_A$）

【0049】が、頻繁に起こりうる。このケースは、f_1，f_2の両者共に減少する場合、

【0050】

【数19】

（例えば、　点$\bar{P}_B$）

【0051】に比較して望ましくない。本来、これらのケース間では、受理確率に差を付けるのが自然であり、改善と改悪の受理確率間の適切なバランスを実現するために重要である。しかしながら、図10により分かるように、重み係数法とメトロポリス法の組み合わせによる受理確率関数（5）式では、両者ともに受理確率1であり、両ケース間に確率の差を与えることができない。

【0052】本発明は、上記の点に鑑みなされたもので、改善と改悪の受理確率間の適切なバランスを実現するように、すべての目的関数値が改善される場合に、受理確率1、それ以外の場合には1未満の受理確率を与える受理確率関数を組み込んだ反復改善法により、短時間にパレート最適解により近い良質な準最適解を求めることができる多目的最適化方法及び装置及び多目的最適化プログラムを格納した記憶媒体を提供することを目的とする。即ち、図11に示すような等高線を持つ受理確率関数を与えることを目的とする。

【0053】

【課題を解決するための手段】図1は、本発明の原理を説明するための図である。本発明（請求項1）は、多目的最適化問題の準最適解を求める多目的最適化方法において、制約条件に基づいてランダムに初期解を生成し（ステップ1）、現計算ステップの解を確率的に変化させ、次の解候補を生成し（ステップ2）現計算ステップの解に対して複数の目的関数値を計算し（ステップ3）、生成された解候補に対して複数の目的関数値を計算し（ステップ4）、全ての目的関数値が改善される場合に、受理確率＝1、それ以外の場合には1未満の受理確率を与える受理確率関数を計算し（ステップ5）、受理確率関数に従い、解候補と現計算ステップの解の交換を確率的に行い（ステップ6）、一連の操作を反復する。

【0054】図2は、本発明の原理構成図である。本発明（請求項2）は、多目的最適化問題の準最適解を求める多目的最適化装置であって、制約条件に基づいてラン

ダムに初期解を生成する初期解生成手段２と、現計算ステップの解を確率的に変化させ、次の解候補を生成する解候補生成手段３と、現計算ステップの解と、解候補に対して複数の目的関数値を計算する目的関数計算手段４と、全ての目的関数値が改善される場合に、受理確率＝１、それ以外の場合には１未満の受理確率を与える受理確率関数を受理確率計算手段５と、受理確率関数に従い、解候補と、現計算ステップの解の交換を確率的に行う解交換手段６と、一連の操作を反復する反復手段１０とを有する。

【００５５】本発明（請求項３）は、多目的最適化問題の準最適解を求める多目的最適化プログラムを格納した記憶媒体であって、制約条件に基づいてランダムに初期解を生成する初期解生成プロセスと、現計算ステップの解を確率的に変化させ、次の解候補を生成する解候補生成プロセスと、現計算ステップの解と、解候補に対して複数の目的関数値を計算する目的関数計算プロセスと、全ての目的関数値が改善される場合に、受理確率＝１、それ以外の場合には１未満の受理確率を与える受理確率関数を受理確率計算プロセスと、受理確率関数に従い、解候補と、現計算ステップの解の交換を確率的に行う解交換プロセスと、一連の操作を反復する反復プロセスとを有する。

【００５６】上記のように、本発明では、解候補と現計算ステップの解の複数の目的関数値に対して、全ての目的関数値が改善される場合に、受理確率１、それ以外の場合には１未満の受理確率を与える受理確率関数を備えるため、解の改善と改悪の適切な確率バランスを実現でき、短時間にパレート最適解により近い良質な準最適解を求めることが可能となる。

【００５７】

【発明の実施の形態】図３は、本発明の多目的最適化装置の構成を示す。同図に示す多目的最適化装置は、問題設定データ及び解法に必要なパラメータを入力する入力部１、ランダムに初期解を生成する初期解生成部２、初期解、あるいは途中の解に変更を加えて、次ステップの解候補を生成する解候補生成部３、現ステップの解と、解候補生成部３で生成された解候補に対して、目的関数値を計算する目的関数値計算部４、目的関数値計算部４で得られた目的関数値に基づき、受理確率関数を計算する受理確率計算部５、受理確率計算部５で計算された受理確率に従って、受理するか棄却するかの判定を行い、受理の場合、現ステップの解を解候補で置き換える解交換部６、最終的な計算結果を出力するデータ出力部７、問題データ、解法に必要なパラメータ、及び処理途中や最終結果の解を格納するメモリ８、これら各部の動作を制御する制御部９である。

【００５８】次に、上記の構成における多目的最適化装置の動作を説明する。図４は、本発明の多目的最適化装置の動作のフローチャートである。

ステップ１０１）　データ入力部１に問題データ、受理確率関数を決定するパラメータ、終了ステップ数が入力され、メモリ８に格納される。

ステップ１０２）　それから、初期解生成部２が、ステップ数を $n=0$ とし、初期解 $P_n = P_0$ を生成する。生成された初期解はメモリ８に格納される。

【００５９】ステップ１０３）　現ステップｎの解 P_n に変更を加え、解候補

【００６０】

【数２０】

$$\bar{P}_{n+1}$$

【００６１】の生成を行う。得られた解候補は、メモリ８に格納される。

ステップ１０４）　P_n と

【００６２】

【数２１】

$$\bar{P}_{n+1}$$

【００６３】の両者に対して、それぞれの目的関数値の計算を行う。得られた目的関数値は、メモリ８に格納される。

ステップ１０５）　次に、ステップ１０４で計算された目的関数値に基づき、解候補

【００６４】

【数２２】

$$\bar{P}_{n+1}$$

【００６５】に対する受理確率を計算する。計算された受理確率は、メモリ８に格納される。

ステップ１０６）　ステップ１０５で計算された受理確率を用いて、解候補

【００６６】

【数２３】

$$\bar{P}_{n+1}$$

【００６７】を受理するか否かを、確率的に決定する。

ステップ１０７）　受理と決定された場合は、P_n に代えて、

【００６８】

【数２４】

$$\bar{P}_{n+1}$$

【００６９】を $n+1$ ステップの解として採用し、メモリ８上に格納する。

ステップ１０８）　それから、計算のステップ数が終了ステップ数に達したかどうかを判定する。達した場合にはステップ１０９に移行し、そうでない場合は、ステップ１０３に戻り、終了ステップまで繰り返す。

ステップ１０９）　達した場合、メモリ８上の解を出力し、全ての処理を終了させる。

【００７０】

【実施例】以下、本発明を、多目的最適化問題の例に適用して、従来技術であるところの重み係数法とメトロポリス法が組み込まれた反復改善法の結果と比較し、その

効果を実証する。

【0071】多目的最適化問題の例として、以下で説明する要員配置問題を取り上げる。この問題は、組み合わせ多目的最適化問題の一種であり、2つの目的関数を最小化することを目的とする。

1． 要員配置問題とは、与えられた人数の要員の勤務スケジュール（勤務開始時刻、勤務終了時刻、休憩を取得する時刻）を決定する問題であって、各時間帯において勤務している要員の人数が、各時間帯ごとに予め要求されている人数に、可能な限り過不足数が少なくなることを目的とする。

【0072】以下、より具体的な問題設定例に沿って、実証を行う。まず、

① 時間帯毎に必要な要員の人数（表1に例を示す。例では、8：00〜8：15については、21人の要員が勤務することが要求されている）：

【0073】

【表1】

（表1）時間帯ごとの要員の必要人数の例

時間帯	8時				9時				10時			
	00	15	30	45	00	15	30	45	00	15	30	45
必要人員数	21	21	36	36	65	65	65	65	71	71	71	71

時間帯	11時				12時				13時			
	00	15	30	45	00	15	30	45	00	15	30	45
必要人員数	68	68	68	68	54	54	53	53	63	63	63	63

時間帯	14時				15時				16時			
	00	15	30	45	00	15	30	45	00	15	30	45
必要人員数	59	59	59	59	60	60	55	55	60	60	60	60

時間帯	17時				18時				19時			
	00	15	30	45	00	15	30	45	00	15	30	45
必要人員数	55	55	50	50	44	44	44	44	32	32	32	32

時間帯	20時				21時				22時			
	00	15	30	45	00	15	30	45	00	15	30	45
必要人員数	24	24	24	24	11	11	11	11	6	6	6	6

【0074】（表1）

② 許容される勤務の型［勤務開始時刻、勤務終了時刻、休憩取得回数の組］（表2に例を示す）：

【0075】

【表2】

（表2）許容される勤務型の例

番号	勤務型	休息回数
1	8：00～12：00	4
2	8：30～12：00	3
3	8：30～12：30	4
4	8：30～13：00	4
5	9：00～13：00	4
6	9：00～14：00	5
7	13：00～17：00	4
8	13：00～17：30	4
9	14：00～18：00	4
10	14：00～19：00	5
11	17：00～20：00	3
12	17：00～21：00	4
13	17：30～22：00	4
14	17：30～23：00	5
15	19：00～23：00	4

【0076】（表2）の2つが予め与えられている。表1に示される必要人数の時間分布を図示したものを図5に示す。同図において、ｔ（＝1，2，…）は、8時から23時までの時間を、5分単位で測った時刻を表す。例えば、ｔ＝2は、8：05～8：10の5分間を表す。図中n_0（ｔ）が表1に示される要求人数である。また、この例では、許容人数

【0077】

【数25】

$$\bar{n}_0(t)$$

【0078】なるものを設定する。この許容人数とは、この値以下であれば過剰とは考えない人数の上限値を意味する。定義より

【0079】

【数26】

$$\bar{n}_0(t) \geq n_0(t)$$

【0080】また、休憩取得時刻の設定に対し、制約条件が課せられる。一例として、

<制約条件例>

ｉ．　休憩開始時刻は5分刻みで設定する。

ｉｉ．　1回の休憩時間は10分。

ｉｉｉ．　休憩と次の休憩の間の連続勤務時間は最小30分、最大60分。

という制約条件が課せられる場合を考える。

【0081】制約条件を満たすある解Pを考える。解Pの勤務スケジュールより要員の実働人数分布が定まる。それを、ｎ（ｔ）で表す。最小化すべき目的関数は、以下の2関数である。

（1）不足人数

【0082】

【数27】

$$f_1(P)=\sum_{t=1}^{180}[n_0(t)-n(t)]H(n_0(t)-n(t)) \quad (6)$$

【0083】（2）過剰人数

【0084】

【数28】

$$f_2(P)=\sum_{t=1}^{180}[n(t)-\bar{n}_0(t)]H(n(t)-\bar{n}_0(t)) \quad (7)$$

【0085】なお、上式で、ｔに関する和が1～180までである理由は、8：00から23：00までは15時間であり、15時間＝5分×180であるからである。但し、Hはヒサイド関数であり、次式で定義される。

【0086】

【数29】

$$H(x) = \begin{cases} 0 & (x<0) \\ 1 & (x \geq 0) \end{cases} \qquad (8)$$

【0087】これら2つの目的関数f_1，f_2を最小化することが、本問題の目的である。

2．要員配置問題の解法：上述した要員配置問題に対して、本発明による受理確率関数を組み込んだ反復改善法、及び、従来の技術である重み係数法とメトロポリス法の組み合わせによる受理確率関数を組み込んだ反復改善法を、それぞれ適用し、結果の比較を行う。

【0088】両解法の処理の流れは、前述の図4のフローチャートに示した通りであり、同一である。差異は、同図のステップ105で利用する受理確率関数である。あるステップの解Pと次ステップの解候補

【0089】

【数30】

$$\bar{P}$$

【0090】の目的関数値の差を

【0091】

【数31】

$$\Delta f_1 = f_1(\bar{P}) - f_1(P),\ \Delta f_2 = f_2(\bar{P}) - f_2(P)$$

【0092】で表すこととし、以下に、各々の手法に従った受理確率関数の具体的構成例を記述する。

・重み係数法による受理確率：重み係数法では、受理確率は以下のように構成される。

【0093】

【数32】

$$Pr = \begin{cases} 1 & \text{if } w\Delta f_1+(1-w)\Delta f_2>0 \\ \exp[-\beta(w\Delta f_1+(1-w)\Delta f_2)] & \text{if } w\Delta f_1+(1-w)\Delta f_2>0 \end{cases} \qquad (9)$$

【0094】但し、βは定数である。

・本発明手法による受理確率：本発明の手法によれば、受理確率は、$\Delta f_1 \leqq 0$且つ$\Delta f_2 \leqq 0$のときに限り、$Pr=1$であるような関数でなければならない。そのような条件を満たす受理確率関数として、以下のものを構成する。

【0095】

【数33】

$$Pr = \begin{cases} 1 & \text{if} \Delta f_1 \leqq 0,\ \Delta f_2 \leqq 0 \\ \exp[-\beta_1 h_1(\Delta f_1, \Delta f_2)] & \text{if} \Delta f_1>0,\ \Delta f_2<0 \\ \exp[-\beta_2 h_2(\Delta f_1, \Delta f_2)] & \text{if} \Delta f_1<0,\ \Delta f_2>0 \\ 0 & \text{if} \Delta f_1 \geqq 0,\ \Delta f_2 \geqq 0 \end{cases} \qquad (10)$$

【0096】但し、β_1、β_2は定数であり、関数h_1，h_2は、以下のように定義される。

【0097】

【数34】

$$h_1(\Delta f_1, \Delta f_2) = \frac{1}{\frac{\pi}{2} - \tan^{-1}\left(\left|\frac{\Delta f_1}{\Delta f_2}\right|\right)} - \frac{1}{\frac{\pi}{2}} \qquad (11)$$

$$h_2(\Delta f_1, \Delta f_2) = \frac{1}{\frac{\pi}{2} - \tan^{-1}\left(\left|\frac{\Delta f_2}{\Delta f_1}\right|\right)} - \frac{1}{\frac{\pi}{2}} \qquad (12)$$

【0098】式(10)による受理確率の等高線図を、図6に示す。第1象限では、$Pr=0$、第2象限ではΔf_1軸から測った角度に比例して確率が減少し、Δf_2軸で0となる。第3象限では、$Pr=1$、第4象限では、Δf_2軸から測った角度に比例して確率が減少し、Δf_1軸で0となる。以上に定義したそれぞれの受理確率関数を組み込んだ反復改善法を用いて、要員配置問題の例題の数値実験を行った。両手法とも計算終了ステップは同一にした。

【0099】重み係数法では、$\beta=10$に固定し、$w=0.7, 0.6, 0.5, 0.4$の4通りの値に対して数値実験を行った。wの一つのパラメータ値について、乱数を変えることにより、30回の試行を行った。図7に、30回の試行中、確率50%で発見することができた準最適なパレート解に対応する曲線をf_1-f_2平面上に図示している。

【0100】本発明手法では、$\beta_1=1$に固定し、$\beta_2=1, 2, 5$の3通りの値に対して数値実験を行った。

先と同様に、β_2 の一つのパラメータ値について、乱数を変えることにより、30回の試行を行った。図8に、30回の試行中、確率50%で発見することができた準最適なパレート解に対応する曲線を $f_1 - f_2$ 平面上に図示している。

【0101】さて、図7、図8に見方について説明する。曲線の示す f_1 と f_2 の値が共に小さい程、良質な解が高確率で発見されたことを表し、解法アルゴリズムとして優秀であることを意味する。言い換えれば、曲線の位置がグラフの左下に近い位置を通る程、よい結果であると言える。図7と図8を比較すると、明らかに、図8に示された曲線の方が、f_1 と f_2の小さな値の点上を通っていることが分かる。この結果により、従来の手法である重み係数法による受理確率関数を組み込んだ反復改善法に比較して、本発明の手法により提案する受理確率関数を組み込んだ反復改善法の方が、より真のパレート最適解に近い良質な準最適解を求めることができることが示された。

【0102】なお、上記の説明では、図3の構成に基づいて説明したが、図3に示す多目的最適化装置の構成要素をプログラムとして構築し、多目的最適化装置として利用されるコンピュータに接続されるディスク装置や、フロッピーディスクやCD－ROM等の可搬記憶媒体に格納しておき、本発明を実施する際にインストールすることにより容易に本発明を実現できる。

【0103】なお、本発明は、上記の実施例に限定されることなく、特許請求の範囲内で種々変更・応用が可能である。

【0104】

【発明の効果】上述のように、本発明によれば、制約条件に基づいてランダムに初期解を生成し、現計算ステップの解を確率的に変化させ、次の解候補を生成し、現計算ステップの解に対して複数の目的関数値を計算し、生成された解候補に対して複数の目的関数値を計算し、全ての目的関数値が改善させる場合に、受理確率1、それ以外の場合には1未満の受理確率を与える受理確率関数を備え、上記受理確率関数に従い、解候補と現計算ステップの解の交換を確率的に行い、一連の操作を反復するので、単時間にパレート最適解により近い良質な準最適解を求めることができる。

【0105】特に、図4に示すフローチャートにおけるステップ105で、解候補と現計算ステップの解の複数の目的関数値に対して、全ての目的関数値が改善される場合に受理確率1、それ以外の場合には、1未満の受理確率を与える受理確率関数を利用するために解の改善と改悪の受理確率間の適切なバランスを実現でき、短時間にパレート最適解により近い良質な準最適解を求めることができる。

【図面の簡単な説明】

【図1】本発明の原理を説明するための図である。

【図2】本発明の原理構成図である。

【図3】本発明の多目的最適化装置の構成図である。

【図4】本発明の多目的最適化装置の動作のフローチャートである。

【図5】本発明の一実施例の時間帯毎の必要人数、許容人数の分布を示す図である。

【図6】本発明の一実施例の式（10）による受理確率の等高線図である。

【図7】本発明の一実施例の実験による重み係数法による例題の数値実験結果である。

【図8】本発明の一実施例の例題による数値実験結果である。

【図9】多目的最適化問題におけるパレート最適解を説明するための図である。

【図10】重み係数法による受理確率の等高線の模式図である。

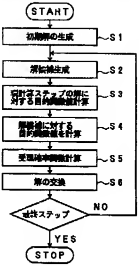
【図11】本発明の目的とする受理確率の等高線の模式図である。

【符号の説明】

1　データ入力部
2　初期解生成手段、初期解生成部
3　解候補生成手段、解候補生成部
4　目的関数計算手段、目的関数計算部
5　受理確率計算手段、受理確率計算部
6　解交換手段、解交換部
7　データ出力部
8　メモリ
9　制御部
10　反復手段

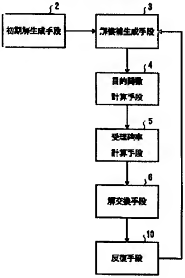
【図1】

本発明の原理を説明するための図



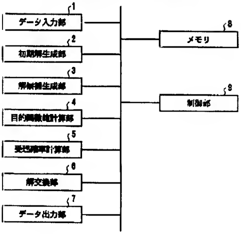
【図2】

本発明の原理構成図



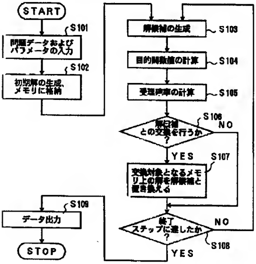
【図3】

本発明の多目的最適化装置の構成図



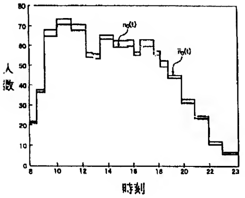
【図4】

本発明の多目的最適化装置の動作のフローチャート



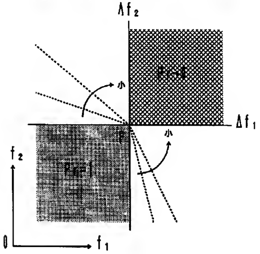
【図5】

本発明の一実施例の時間帯毎の必要人数、許容人数の分布を示す図



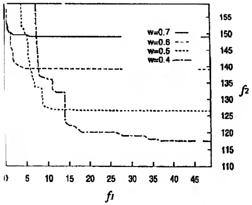
【図6】

本発明の一実施例の式(10)による受理確率の等高線図



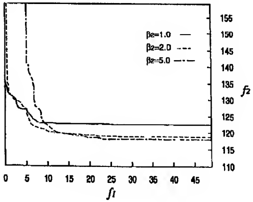
【図7】

本発明の一実施例の実験による重み係数法による例題の数値実験結果



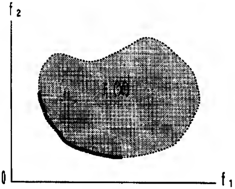
【図8】

本発明の一実施例の例題による数値実験結果



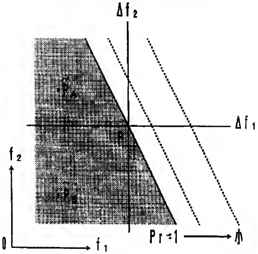
【図9】

多目的最適化問題における
パレート最適解を説明するための図



【図10】

重み係数法による受理確率の等高線の模式図



【図11】

本発明の目的とする受理確率の等高線の模式図